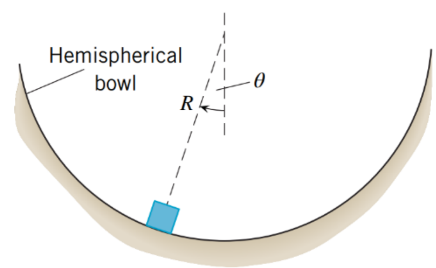
INSTITUT TEKNOLOGI BANDUNG
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
PROGRAM STUDI SARJANA FISIKA
Jl. Ganesha No 10 Bandung 40132 Indonesia

SOLUSI LEMBAR TUGAS MAHASISWA FISIKA DASAR IA (FI-1101) KE - 4
Semester 1 Tahun 2023-2024
TOPIK: BENDA TEGAR 2 – ELASTISITAS DAN OSILASI

Untuk seluruh soal di bawah ini hambatan udara dapat diabaikan; gunakan $g = 9{,}8\ \mathrm{m/s^2}$.

1. Sebuah balok berosilasi di dasar mangkok licin seperti pada gambar. Jari-jari mangkok adalah R, dan sudut θ sangat kecil sehingga balok berosilasi dalam gerak harmonik sederhana. Turunkan persamaan frekuensi sudut ω dari gerak tersebut. Nyatakan jawaban anda dalam R dan percepatan gravitasi g.



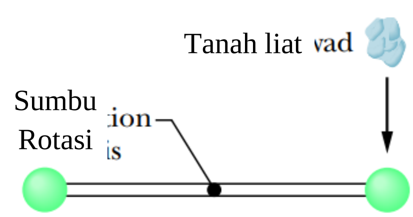
SOLUSI

Hukum Newton:

$$\tau = I\alpha \implies -mgR\sin\theta = mR^2\ddot{\theta} \implies -mgR\theta = mR^2\ddot{\theta}$$
$$-mgR\theta = mR^2\ddot{\theta}$$
$$\ddot{\theta} + \frac{g}{R}\theta = 0$$

Sementara persamaan diferensial gerak harmonik sederhana adalah $\ddot{\theta} + \omega^2\theta = 0$,
Sehingga diperoleh : $\omega = \sqrt{g/R}$.

2. Dua bola masing-masing bermassa 2.00 kg ditempelkan di masing masing ujung sebuah batang ringan yang massanya dapat diabaikan dan panjangnya 50.0 cm. Batang dapat berotasi dengan bebas tanpa gesekan dalam bidang vertikal terhadap sumbu horisontal pada titik tengahnya. Pada saat batang dalam keadaan horisontal, 50.0 g tanah liat jatuh ke salah satu dari bola tersebut, menumbuknya dengan laju 3.00 m/s dan menempel pada bola. (a) Berapa laju sudut dari sistem tersebut setelah kejatuhan tanah liat? (b) Tentukan rasio energi kinetik sistem setelah dan sebelum kejatuhan tanah liat. (c) Berapa besar sudut rotasi dari sistem sebelum berhenti sejenak?



SOLUSI

(a) Tumbukan →Kekekalan mom. sudut: Jika $\ell = 0.50$ m: panjang batang ringan (bt); $v = 3.00$ m/s: laju jatuh tanah liat (tl), $m_\mathrm{b} = 2.00$ kg: massa bola; $m_\mathrm{tl} = 50.0$ g: massa tanah liat, maka

$$L_\mathrm{sistem} = \mathrm{konst.}$$
$$0 + m_\mathrm{tl}v(\ell/2) = [(2m_\mathrm{b} + m_\mathrm{tl})(\ell/2)^2]\omega \iff \omega = 2\frac{v}{\ell}\frac{1}{2m_\mathrm{b}/m_\mathrm{tl} + 1} = 0.148\ \mathrm{rad/s}$$

(b) Rasio energi kinetik sistem setelah dan sebelum kejatuhan tanah liat:

$$\frac{K_f}{K_i} = \frac{(1/2)I_\mathrm{tot}\omega^2}{(1/2)m_\mathrm{tl}v^2} = \frac{(2m_\mathrm{b} + m_\mathrm{tl})(\ell/2)^2\omega^2}{m_\mathrm{tl}v^2} = \frac{1}{2m_\mathrm{b}/m_\mathrm{tl} + 1} = 0.0123$$

(c) Sistem akan berotasi sampai tanah liat mencapai ketinggian lebih dari posisi saat tumbukan. Kekekalan energi:

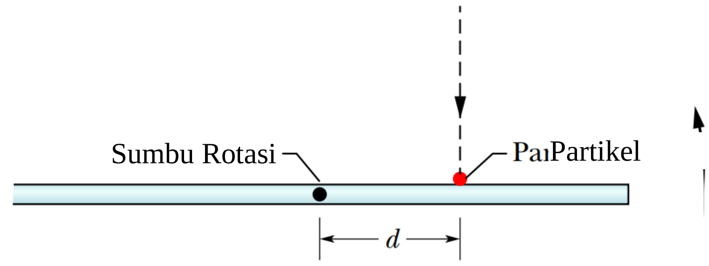
$$\frac{1}{2}(2m_\mathrm{b} + m_\mathrm{tl})(\ell/2)^2\omega^2 = m_\mathrm{tl}g(\ell/2)\sin\theta \implies \sin\theta = \frac{v\omega}{2g}$$
$$\implies \theta = \arcsin\left(\frac{v^2}{g\ell}\frac{1}{2m_\mathrm{b}/m_\mathrm{tl} + 1}\right) = 1.3°.$$

Maka sistem akan berotasi dengan besar sudut

$$180° + \arcsin\left(\frac{v^2}{g\ell}\frac{1}{2m_\mathrm{b}/m_\mathrm{tl} + 1}\right) = 181.3°$$

sebelum berhenti sejenak dan berbalik arah putaran.

3. Gambar berikut memperlihatkan tampak atas dari sebuah batang homogen yang panjangnya 0.600 m dan massa M yang berotasi secara horisontal dalam arah berlawanan jarum jam dengan kecepatan 80.0 rad/s. Sebuah partikel dengan massa M/3.00 yang bergerak dengan laju 40.0 m/s menumbuk dan menempel pada batang. Lintasan partikel berada dalam bidang horisontal dan pada saat tumbukan arahnya tegak lurus dengan batang. Partikel menumbuk batang pada jarak d dari pusat batang.
(a) Tentukan besar nilai d yang akan membuat batang dan partikel diam setelah tumbukan.
(b) Kemana mana batang dan partikel akan berputar jika d lebih besar dari nilai ini?



SOLUSI
(a) Kekekalan momentum sudut: $$L_{\text{bt}} + L_{\text{pt}} = \text{konst.}$$ Jika $\ell = 0.600$ m: panjang batang (bt); $v = 40.0$ m/s: laju partikel (pt); dan $\omega_0 = 80$ rad/s: kecepatan sudut awal batang; maka jika batang+partikel diam setelah tumbukan $$L_{\text{sistem}} = (1/12)M\ell^2\omega_0 - (M/3)vd = 0 \iff d = \frac{\ell^2\omega_0}{4v} = 0.18\text{ m}$$ (b) Jika $d > \frac{\ell^2\omega_0}{4v} = 0.18$ m maka nilai L sistem menjadi negatif yang berarti batang berputar searah jarum jam.

4. Tentukan frekuensi sebuah pendulum sederhana yang panjangnya 2.0 m yang berada di dalam (a) kamar, (b) elevator yang dipercepat ke atas dengan percepatan 2.0 m/s^2, dan (c) keadaan jatuh bebas.

SOLUSI
(a) Hukum Newton memberikan: $\tau = I\alpha \implies -mg\ell\sin\theta = m\ell^2\ddot{\theta} \implies -mg\theta = m\ell\ddot{\theta}$. Maka diperoleh persamaan diferensial gerak harmonik sederhana $\ddot{\theta} + \omega^2\theta = 0$, di mana $\omega = \sqrt{g/\ell}$, atau $$\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{\ell}} = 3.48\text{ s}^{-1}$$ (b) Dalam kerangka elevator yang dipercepat ke atas dengan percepatan a, $g \longrightarrow g + a$, shg $$\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g+a}{\ell}} = 3.82\text{ s}^{-1}$$ (c) Dalam kerangka elevator yang jatuh bebas $g = 0$, sehingga $\nu = 0$.

5. Sebuah partikel bergerak osilasi harmonik dengan frekuensi 0.25 Hz terhadap titik $x = 0$. Pada saat $t = 0$, perpindahannya $x = 0.37$ cm dan kecepatannya nol. Tentukan (a) perioda, (b) frekuensi sudut, (c) amplitudo, (d) perpindahan $x(t)$, (e) kecepatan $v(t)$, (f) laju maksimum, (g) besar percepatan maksimum, (h) perpindahan pada saat $t = 3.0$ s, dan (i) laju pada saat $t = 3.0$ s.

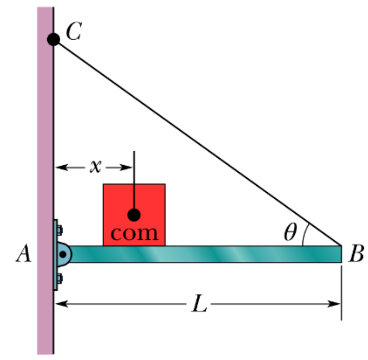
SOLUSI
(a) $T = 1/\nu = 4$ s, (b) $\omega = 2\pi\nu = 0.5\pi$ rad/s, (c) $x_{\text{max}} = 0.37$ cm, (d) $x(t) = x_{\text{max}}\cos\omega t = (0.37\text{ cm})\cos 0.5\pi t$, (e) $v(t) = dx(t)/dt = -\omega x_{\text{max}}\sin\omega t = -(0.5\pi\text{ rad/s})(0.37\text{ cm})\sin 0.5\pi t$ $v(t) = -(0.58\text{ cm/s})\sin 0.5\pi t$, (f) $v_{\text{max}} = \omega x_{\text{max}} = 0.58\text{ cm/s}$, (g) $a_{\text{max}} = \omega^2 x_{\text{max}} = (0.5\pi\text{ rad/s})^2(0.37\text{ cm}) = 0.913\text{ cm/s}^2$, (h) $x(t = 3.0\text{ s}) = x_{\text{max}}\cos 3\omega = (0.37\text{ cm})\cos 1.5\pi = 0$, (i) $v(t = 3.0\text{ s}) = -\omega x_{\text{max}}\sin 3\omega = -(0.5\pi\text{ rad/s})(0.37\text{ cm})\sin 1.5\pi = 0.58\text{ cm/s}$.

6. Sebuah balok bermassa 0,10 kg berosilasi maju mundur sepanjang lintasan lurus garis pada permukaan horizontal tanpa gesekan. Perpindahannya diberikan dalam fungsi berikut
$$x = (10\text{ cm})\cos[(10\text{ rad/s})t + \pi/2\text{ rad}].$$
(a) Berapakah frekuensi osilasinya? (b) Berapa kecepatan maksimum balok tersebut? (c) Pada nilai x berapa hal ini terjadi (saat kecepatannya maksimum)? (d) Berapakah besar percepatan maksimum balok itu? (e) Pada nilai x berapa hal ini terjadi (saat percepatannya maksimum) ? (f) Tentukan gaya, yang bekerja pada balok oleh pegas, yang akan menghasilkan gerakan osilasi tersebut?

SOLUSI
(a) $\omega = 10\text{ rad/s} \implies \nu = \omega/2\pi = 5/\pi\text{ s}^{-1}$, (b) $v_{\text{max}} = \omega x_{\text{max}} = (10\text{ rad/s})(10\text{ cm}) = 1\text{ m/s}$, (c) Kecepatan maksimum terjadi pada nilai $x = 0$, (d) $a_{\text{max}} = \omega^2 x_{\text{max}} = (10\text{ rad/s})^2(10\text{ cm}) = 10\text{ m/s}^2$, (e)

Percepatan maksimum terjadi pada nilai $x = \pm x_{\max} = \pm 10$ cm, (f) $F = -kx$, di mana $k = m\omega^2 = (0.10 \text{ kg})(10 \text{ rad/s})^2 = 10 \text{ N/m}$, atau $F = -10x$.

7. Pada gambar berikut, misalkan Panjang L dari batang homogen adalah 3.00 m dan beratnya 200 N. Diketahui juga berat balok $W = 300$ N dan sudut $\theta = 30.0°$. Kawat dapat menahan tegangan maksimum 500 N. (a) Berapa jarak x maksimum yang mungkin agar kawat tidak putus? Jika balok ditempatkan pada jarak maksimum x ini, tentukan (b) komponen horisontal dan (c) komponen vertikal gaya pada batang yang disebabkan oleh engsel pada A?



SOLUSI

Kesetimbangan gaya

$$\Sigma \vec{F} = 0: F_{Ax} - T\cos\theta = 0, F_{Ay} - W_{\text{balok}} - W_{\text{batang}} + T\sin\theta = 0;$$

dan kesetimbangan torsi

$$\Sigma \vec{\tau}_A = 0: xW_{\text{balok}} + (L/2)W_{\text{batang}} - T\sin\theta = 0$$

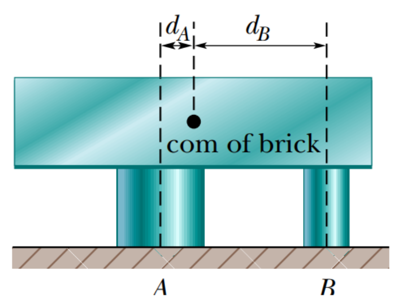
Kondisi x maksimum terjadi saat $T = T_{\max} = 500$ N, sehingga

(a) $x_{\max} = [T\sin\theta - (L/2)W_{\text{batang}}]/W_{\text{balok}} = [(500 \text{ N})\sin 30° - (1.5 \text{ m})(200 \text{ N})]/(300 \text{ N}) = 1 \text{ m}$

(b) $F_{Ax} = T\cos\theta = (500 \text{ N})\cos 30° = 433.0 \text{ N}$

(c) $F_{Ay} = W_{\text{balok}} + W_{\text{batang}} - T\sin\theta = (300 \text{ N}) + (200 \text{ N}) - (500 \text{ N})\sin 30° = 66.99 \text{ N}$

8. Pada gambar berikut, sebuah balok timah diletakkan mendatar di atas silinder A dan B. Luas permukaan atas silinder memiliki hubungan $A_A = 2A_B$; modulus Young dari silinder memiliki hubungan $E_A = 2E_B$. Kedua silinder memiliki Panjang yang sama sebelum balok timah diletakkan di atas keduanya. Berapa bagian massa balok yang ditopang oleh (a) silinder A dan (b) silinder B? Jarak horisontal antara pusat massa balok dan sumbu utama dari kedua silinder adalah d_A untuk silinder A dan d_B untuk silinder B. (c) Berapakah rasio d_A/d_B?



SOLUSI

Perubahan panjang/tinggi kedua silinder sama: $\Delta L_A = \Delta L_B$, dan kedua silinder memiliki panjang/tinggi yang sama sebelum dibebani: $L_{A0} = L_{B0}$, sehingga persamaan elastisitas $F/A = E\,\Delta L/L_0$ memberikan:

$$\frac{F_A}{A_A}\frac{1}{E_A} = \frac{F_B}{A_B}\frac{1}{E_B} \Leftrightarrow \frac{F_A}{2A_B}\frac{1}{2E_B} = \frac{F_B}{A_B}\frac{1}{E_B} \Leftrightarrow F_A = 4F_B.$$

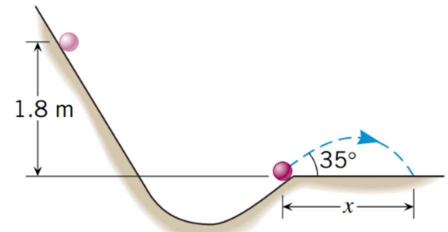
Kesetimbangan gaya $\Sigma F_y = 0$: $Mg = F_A + F_B$, sehingga

(a) silinder A menopang 80% massa balok, dan

(b) silinder B menopang 20% massa balok.

(c) Kesetimbangan torsi $\Sigma \vec{\tau}_{\text{com}} = 0: F_A d_A - F_B d_B = 0 \Leftrightarrow 4d_A - d_B = 0 \Leftrightarrow d_A/d_B = 1/4$

9. Sebuah bola tenis, awalnya dari keadaan diam, menggelinding menuruni bukit seperti pada gambar. Di ujung bukit, bola melayang di udara, meninggalkan tanah dengan sudut 35° terhadap tanah. Anggap bola merupakan kulit bola. Tentukan jarak x.



SOLUSI

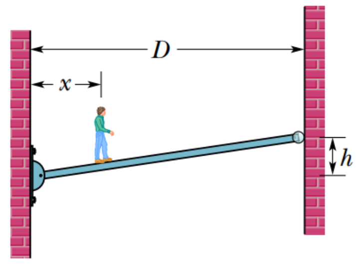
Menggelinding murni: $v = \omega R$. Bola berongga: $I = 2mR^2/3$. Kekalan energi mekanis:

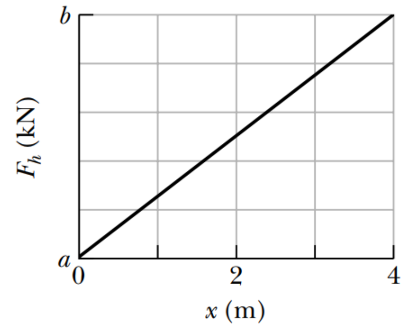
$$mgh = \frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{1}{2}mv^2 \Leftrightarrow mgh = (1/2)(2mR^2/3)(v/R)^2 + (1/2)mv^2 \Leftrightarrow gh = 5v^2/6.$$

Jangkauan bola adalah

$$x = v^2\sin 2\theta/g = (6/5)h\sin 2\theta = (6/5)(1.8 \text{ m})\sin 70° = 2.16\sin 70° = 2.03 \text{ m}$$

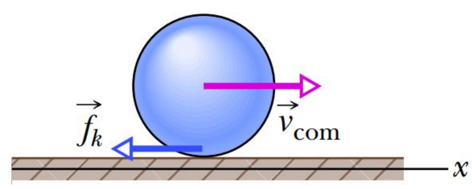
10. Gambar pertama (kiri) menunjukkan *ramp* homogen antara dua gedung yang dapat bergerak jika kena angin kencang. Ujung kiri *ramp* dihubungkan ke bangunan dengan sebuah engsel dan pada ujung kanannya terdapat *roller* atau roda kecil yang dapat menggelinding pada permukaan dinding. Tidak ada gaya verktikal pada *roller*, hanya ada gaya horisontal dengan besar gaya F_h. Jarak horisontal antar gedung adalah $D = 4.00$ m. Ramp menanjak dengan pertambahan tinggi $h = 0.490$ m. Seorang pria berjalan melintasi *ramp* dari ujung kiri. Gambar kedua (kanan) adalah grafik F_h sebagai fungsi dari jarak horisontal x antara pria dengan gedung di kiri. Skala sumbu F_h diberikan oleh $a = 20$ kN dan $b = 25$ kN. Berapakah massa dari (a) *ramp* dan (b) pria?





SOLUSI
Misal O adalah posisi engsel dan R adalah posisi roller, serta .   Kesetimbangan torsi terhadap O: $\Sigma\vec{\tau}_O = 0 \implies m_{\text{man}}gx + m_{\text{ramp}}gD/2 - F_h h = 0 \iff F_h(x) = \frac{g}{h}\left(m_{\text{man}}x + m_{\text{ramp}}D/2\right).$ Dari grafik didapat $F_h(0) = 20\text{ kN} = \frac{gD}{2h}m_{\text{ramp}} \iff m_{\text{ramp}} = (20\text{ kN})\frac{2h}{gD} = (20\text{ kN})\frac{2(0.490\text{ m})}{(9.8\text{ m/s}^2)(4.00\text{ m})} = 500\text{ kg}.$ Selain itu $F_h(4) = 25\text{ kN} = \frac{g}{h}m_{\text{man}}(4\text{ m}) + 20\text{ kN} \implies m_{\text{man}} = \frac{h}{g}\frac{5\text{ kN}}{(4\text{ m})} = \frac{(0.490\text{ m})}{(9.8\text{ m/s}^2)}\frac{(5\text{ kN})}{(4\text{ m})} = 62.5\text{ kg}$

11. Seorang pemain bowling melempar bola dengan jari-jari $R = 11$ cm pada lintasan bowling. Bola (lihat gambar) tergelincir pada lintasan dengan laju awal $v_{\text{com},0} = 8.5$ m/s (laju pusat massa) dan laju sudut awal $\omega_0 = 0$. Koefisien gesekan kinetic antara bola dan lintasan adalah 0.21. Gaya gesekan kinetik $\vec{f}_k$ pada bola menyebabkan percepatan linier bola sekaligus menghasilkan torsi yang menghasilkan percepatan sudut bola. Saat laju v_{com} telah cukup berkurang dan kecepatan sudut ω sudah cukup meningkat, bola tidak lagi tergelincir dan mulai menggelinding dengan mulus. (a) Saat itu bagaimana hubungan v_{com} dengan ω? Selama tergelincir, tentukan (b) percepatan linier dan (c) percepatan sudut bola. (d) Berapa lama bola tergelincir? (e) Berapa jauh bola tergelincir? (f) Berapa laju linier bola saat bola mulai menggelinding murni?



SOLUSI
(a) Sepanjang lintasan $\omega R \leq v_{\text{com}}$, dan hubungan tersaturasi saat bola menggelinding murni.   (b) Percepatan (perlambatan) linier $a = \frac{f_k}{m} = \frac{N\mu_k}{m} = \frac{mg\mu_k}{m} = g\mu_k = (9.8\text{ m/s}^2)(0.21) = 2.058\text{ m/s}^2$ (c) Percepatan sudut $\alpha = f_k R/I = \frac{f_k R}{2mR^2/5} = \frac{5f_k}{2mR} = \frac{5g\mu_k}{2R} = \frac{5(9.8\text{ m/s}^2)(0.21)}{2(0.11\text{ m})} = 46.77\text{ rad/s}^2$ (d) Kondisi $\omega R = v_{\text{com}}$: $\alpha R t_{\text{roll}} = v_{\text{com},0} - a t_{\text{roll}} \iff \frac{5g\mu_k}{2}t_{\text{roll}} = v_{\text{com},0} - g\mu_k t_{\text{roll}} \iff t_{\text{roll}} = \frac{2}{7g\mu_k}v_{\text{com},0} = 1.18\text{ s}$ (e) Bola tergelincir sejauh $x = v_{\text{com},0}t_{\text{roll}} - \frac{1}{2}at_{\text{roll}}^2 = \frac{2m}{7f_k}v_{\text{com},0}^2 - \frac{2m}{49f_k}v_{\text{com},0}^2 = \frac{1}{49}\frac{12}{g\mu_k}v_{\text{com},0}^2 = 8.60\text{ m}$ (f) Laju linier bola saat mulai menggelinding murni $v = v_{\text{com},0} - at_{\text{roll}} = v_{\text{com},0} - \frac{2}{7}v_{\text{com},0} = \frac{5}{7}v_{\text{com},0} = 6.07\text{ m/s}^2$

12. Sebuah gasing berputar dengan laju putaran 30 putaran/s terhadap sebuah sumbu yang arahnya membentuk sudut 30° terhadap vertikal. Massa gasing adalah 0.50 kg, momen inersianya terhadap sumbu utamanya adalah 5.0×10^{-4} kg m^2, dan pusat massanya berada pada jarak 4.0 cm dari titik pivotnya. Jika putaran gasing adalah searah jarum jam jika dilihat dari atas, berapakah (a) laju presesi dan (b) arah presesi gasing dilihat dari atas?

SOLUSI
Hukum Newton untuk momentum sudut/torsi: $\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$. Untuk gasing $\vec{\tau} = \vec{r} \times M\vec{g},$ dengan besar $\tau = Mgh$, di mana $\vec{r}$ adalah posisi titik pusat massa gasing relatif terhadap pivotnya dan h adalah panjang lengan yang tegak lurus terhadap arah $\vec{g}$, sehingga arah $\vec{\tau}$ selalu mendatar (sejajar dengan lantai) dan tegak lurus $\vec{r}$. Sebagai akibatnya, perubahan $\vec{L}$ selalu searah dengan $\vec{\tau}$ yang mengakibatkan

terjadinya presesi gasing. Dalam waktu dt momentum sudut gasing akan berubah sebesar $d\vec{L}$ dan sudut presesi akibat perubahan arah momentum sudut ini adalah

$$d\phi = \frac{dL}{L} = \frac{\tau dt}{L} = \frac{Mgh}{L} dt.$$

Jadi laju atau frekuensi presesi gasing adalah

$$\omega_p = \frac{d\phi}{dt} = \frac{Mgh}{L} = \frac{Mgh}{I\omega} = \frac{(0.50\text{ kg})(9.8\text{ m/s}^2)(4.0\text{ cm})(\sin 30^\circ)}{(5.0\times 10^{-4}\text{ kg m}^2)(2\pi)(30\text{ s}^{-1})} = 1.04\text{ rad/s}.$$

Arah presesi sesuai dengan arah $\vec{\tau}$ yaitu berlawanan dengan jarum jam jika di lihat dari atas.

13. Sebuah pegas tak bermassa tergantung di langit-langit dengan sebuah balok kecil menempel di ujung bawahnya. Balok mula-mula ditahan diam pada posisi y_i sehingga pegas dalam keadaan tidak teregang atau tertekan (pegas berada pada panjang diamnya). Balok kemudian dilepaskan dari y_i dan berosilasi ke atas dan ke bawah, dengan posisi terendah 10 cm di bawah y_i. (a) Berapakah frekuensi osilasinya? (b) Berapakah kelajuan benda ketika berada 8.0 cm di bawah posisi semula? (c) Sebuah balok lain bermassa 300 g diikatkan pada benda pertama, setelah itu sistem berosilasi dengan setengah frekuensi semula. Berapa massa balok pertama? (d) Berapa jauh di bawah y_i posisi kesetimbangan (diam) yang baru dengan kedua balok menempel pada pegas?

SOLUSI

Misal $\Delta y_a = 10\text{ cm} = 0.1\text{ m}$ dan $\Delta y_b = 8\text{ cm} = 0.08\text{ m}$ adalah jarak (ke bawah) relatif terhadap y_i

(a) Kekekalan energi mekanis: $0 = \frac{1}{2}k\Delta y_a^2 - mg\Delta y_a \implies \frac{k}{m} = \frac{2g}{\Delta y_a} = \omega_1^2 \implies \nu = \frac{\omega_1}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{2g}{\Delta y_a}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{2(9.8\text{ m/s}^2)}{0.1\text{ m}}} = \frac{7}{\pi}\text{ s}^{-1}$

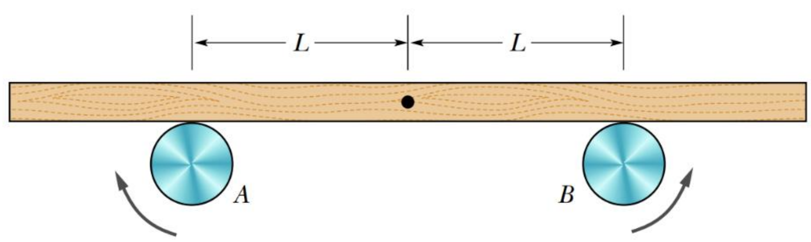
(b) Kekekalan energi mekanis: $0 = \frac{1}{2}k\Delta y_b^2 - mg\Delta y_b + \frac{1}{2}mv_b^2 \implies 0 = \frac{2g}{\Delta y_a}\Delta y_b^2 - 2g\Delta y_b + v_b^2 \implies v_b^2 = 2g\left(-\frac{1}{\Delta y_a}\Delta y_b^2 + \Delta y_b\right) \implies v_b = \sqrt{2g}\sqrt{\Delta y_b - \frac{1}{\Delta y_a}\Delta y_b^2}$

$$= \sqrt{2(9.8\text{ m/s}^2)}\sqrt{0.08\text{ m} - \frac{(0.08\text{ m})^2}{0.1\text{ m}}} = 0.56\text{ m/s}$$

(c) $\omega_2 = \frac{1}{2}\omega_1 \implies \frac{k}{m_1+m_2} = \frac{1}{4}\frac{k}{m_1} \implies m_1 = \frac{1}{3}m_2 = 100\text{ g}$

(d) $F = -k\Delta y_d \implies (m_1+m_2)g = k\Delta y_d \implies \Delta y_d = \frac{m_1+m_2}{k}g = \frac{\Delta y_a}{2g}4g = 2\Delta y_a = 20\text{ cm}$

14. Pada gambar di samping, sebuah batang homogen dengan massa m diletakkan secara simetris di atas dua buah *roller*, A dan B, yang berputar dengan cepat dengan arah putaran masing-masing seperti ditunjukkan pada gambar. Jarak titik pusat massa dengan masing-masing roller adalah $L = 2.0$ cm. Roller tergelincir/selip terhadap batang dengan koefisien gesekan kinetik $\mu_k = 0.40$. Jika batang digeser secara horisontal sejauh x dan setelah itu dilepaskan, maka batang akan berosilasi ke kanan dan ke kiri dalam gerak harmonik sederhana. Berapakah (a) frekuensi sudut ω dan (b) perioda T?



SOLUSI

Misal pergeseran titip pusat massa dari posisi tengah simetris adalah x (positif ke kanan), maka kesetimbangan torsi dalam arah vertikal terhadap titik pusat massa adalah

$$\Sigma\vec{\tau}_{\text{com}} = 0 \implies (L+x)N_A - (L-x)N_B = 0 \iff L(N_A - N_B) = -x(N_A + N_B).$$

Kesetimbangan gaya dalam arah vertikal adalah

$$N_A + N_B = mg.$$

Gaya gesekan pada batang adalah

$$f = \mu_k(N_A - N_B) = -\frac{\mu_k mg}{L}x,$$

Hukum Newton untuk batang dalam arah horisontal adalah

$$f = m\ddot{x} \implies = -\frac{\mu_k mg}{L}x = m\ddot{x} \iff \ddot{x} + \frac{\mu_k g}{L}x = 0 \implies \omega^2 = \frac{\mu_k g}{L} = \frac{(0.40)(9.8\text{ m/s}^2)}{0.02\text{ m}} = 196\text{ s}^{-2}.$$

Jadi frekuensi sudut $\omega = 14\text{ rad/s}$ dan perioda $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{\pi}{7}$ s.

15. Sebuah benda bermassa 10.6 kg berosilasi pada ujung pegas vertikal yang mempunyai konstanta pegas 2.05 x 10^4 N/m. Pengaruh hambatan udara diberikan oleh koefisien redaman $b = 3.00$ Ns/m. (a) Tentukan frekuensi dari osilasi. (b) Berapa persen amplitudo osilasi berkurang pada setiap siklus? (c) Tentukan selang waktu yang dibutuhkan agar energi sistem turun menjadi 5,00% dari nilai awalnya.

SOLUSI
Osilasi teredam: $$\Sigma F_x = -kx - bv_x = ma_x \Leftrightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + 2\frac{b}{2m}\frac{dx}{dt} + \frac{k}{m}x = 0.$$ Solusi persamaan tersebut adalah $$x(t) = Ae^{-(b/2m)t}\cos(\omega t + \phi_0),$$ di mana $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - (b/2m)^2}$, $\omega_0 = \sqrt{k/m}$. (a) Frekuensi sudut osilasi $\omega = \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{b}{2m}\right)^2} = \sqrt{\frac{(2.05\times10^4\ \mathrm{N/m})}{(10.6\ \mathrm{kg})} - \left(\frac{3.00\ \mathrm{Ns/m}}{2(10.6\ \mathrm{kg})}\right)^2} = 43.98\ \mathrm{rad/s}$ (b) Setiap siklus amplitudo osilasi akan menjadi $e^{-(b/2m)(2\pi/\omega)} = 98\%$ dari amplitudo sebelumnya, atau berkurang sebesar 2%. (c) Energi $\propto$ amplitudo kuadrat $\Longrightarrow e^{-(b/m)T} = 5\% \Longrightarrow T = -\frac{m}{b}\ln 0.05 = 10.58$ s